**Tarea 2 Optimización con restricciones**

**Parte I**

1. **Recopilación de datos:** disponibles en la descripción del sistema.

**Definición de las variables de decisión:**

: cantidad de madera aserrada 4x4 de longitud 0.8m provenientes del producto de 1.2m.

: cantidad de madera aserrada 4x4 de longitud 0.6m provenientes del producto de 1.2m.

: cantidad de madera aserrada 4x4 de longitud 0.5m provenientes del producto de 1.2m.

: cantidad de madera aserrada 4x4 de longitud 0.8m provenientes del producto de 2.1m.

: cantidad de madera aserrada 4x4 de longitud 0.6m provenientes del producto de 2.1m.

: cantidad de madera aserrada 4x4 de longitud 0.5m provenientes del producto de 2.1m.

**Criterio de optimización:** la función objetivo del problema es una función de costo cuyas unidades serán $, y se plantea de la siguiente manera:

Dado esto el problema se centra en:

**Formulación de restricciones:**

De esta forma, el problema de optimización es:

s.a:

1. **Recopilación de datos:** disponibles en la descripción del sistema.

**Definición de las variables de decisión:**  si se considera la matriz , donde i hace referencia a la sinfonía, es decir que i=1,2,…,7, mientras que j se refiere al musico, donde j=A,B,…,I. De este modo la matriz A correspondiente será:

Tener en cuenta una constante , que se refiere al costo por sinfonía del j-ésimo musico, de esta forma si j=A,D,F,I , si j=B,C,G y si j=E,H . De esta manera el problema es reordenar las filas de A de manera que sea mínima la suma del número de unos y ceros en una misma columna j por el costo asociado a esa columna j. Así se determina una variable de decisión:

Donde . Además para cada j-ésimo musico se considera la variable , que representara la posición en el orden final de la primera sinfonía donde sea necesrio el j-ésimo musico y la variable que representará la posición en el orden final de la última sinfonía donde sea necesario el j-ésimo musico, siendo .

**Criterio de optimización:** de este modo, el problema de optimización se refiere a reordenar las sinfonías (filas de la matriz A), de modo que el coste total del pago a los músicos sea mínimo. Un planteamiento de una función objetivo para lograr esto, puede ser:

**Formulación de restricciones:**

De esta forma el problema de optimización es:

s.a:

**Parte II**

Reescribimos la restricción de desigualdad de tal forma que quede la función de restricción menor o igual a 0. De esta forma

Posteriormente agregamos la variable de holgura y convertimos la restricción de desigualdad en una restricción de igualdad.

De esta manera el lagrangiano para este caso será:

Aplicando las derivadas parciales correspondientes a la función L, se obtienen el siguiente sistema de ecuaciones:

Reescribiendo la restricción de igualdad se tiene que:

De esta manera el lagrangiano para este caso será:

Aplicando las derivadas parciales correspondientes a la función L, se obtienen el siguiente sistema de ecuaciones:

**Parte III**

Reescribiendo

Reescribiendo

Reescribiendo

Entonces el lagrangiano será:

Aplicando la **condición estacionaria**, se encuentran el siguiente sistema de ecuaciones:

Resolviendo este sistema de ecuaciones se encuentran, los siguientes puntos (se seleccionan las soluciones donde todas las variables pertenecen a los números reales y además cumplen con las restricciones planteadas):

Aplicando la **condición de factibilidad** en los puntos encontrados anteriormente a la restricción de igualdad y desigualdad, respectivamente, siendo , y , se obtiene que:

Aplicando la **condición de holgura**, se obtiene que:

Aplicando la **condición de signo** se puede observar que:

Ahora para verificar cada uno de estos puntos, se procede a encontrar la matriz Hessiana orlada asociada al Lagrangiano encontrado con anterioridad. Esta es:

Reemplazando cada uno de los puntos encontrados con anterioridad se obtienen que:

Dado esto  **y** ,serán los puntos que minimicen la función f (x, y) sujeto a las restricciones mencionadas. Es decir que el mínimo se localiza en la coordenada **(3,2)** y su valor es